# ΛΥΣΕΙΣ

# ΙΟΥΝΙΟΣ 2009

## ΘΕΜΑ 1ο

**α.**

| $x_i$ | $v_i$ | fi | Σχετική συχνότητα $f_i$% | Αθροιστική συχνότητα | $x_i v_i$ |
|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 20 | 0,4 | 40 | 20 | 0 |
| 1 | 15 | 0,3 | 30 | 35 | 15 |
| 2 | 5 | 0,1 | 10 | 40 | 10 |
| 3 | 10 | 0,2 | 20 | 50 | 30 |
| Αθροίσματα | 50 | 1 | 100 | ………. | 55 |

**β.**

$$\bar{x} = \frac{1}{v}\sum_{i=1}^{k} x_i v_i = \frac{55}{50} = 1,1$$

**γ.**

$$\delta = \frac{25^{\eta}\,\pi\alpha\rho\alpha\tau\acute{\eta}\rho\eta\sigma\eta + 26^{\eta}\,\pi\alpha\rho\alpha\tau\acute{\eta}\rho\eta\sigma\eta}{2} = \frac{1+1}{2} = 1$$

**δ.**

$R = 3 - 0 = 3$

Οπότε $10\bar{x} + \delta - 4R = 10\cdot 1,1 + 1 - 4\cdot 3 = 11 + 1 - 12 = 0$

## ΘΕΜΑ 2ο

**α.**

$$\lim_{x\to 1^+} f(x) = \lim_{x\to 1^+} \frac{x^2 - x}{x-1} = \left(\frac{0}{0}\right) = \lim_{x\to 1^+} \frac{x(x-1)}{x-1} = \lim_{x\to 1^+} x = 1$$

**β.**

$$\lim_{x\to 1^-} f(x) = \lim_{x\to 1^-}(2\lambda x - 3) = 2\lambda\cdot 1 - 3 = 2\lambda - 3$$

**γ.**

Θα πρέπει να ισχύει $\lim_{x\to 1^+} f(x) = \lim_{x\to 1^-} f(x) \Leftrightarrow 1 = 2\lambda - 3$

$2\lambda = 4$

$\lambda = 2$

**δ.**

Για $\lambda = 2$ και $x \le 1$, έχουμε $f(x) = 4x - 3$, οπότε $f(-1) = -4 - 3 = -7$

και $f(2) = \dfrac{2^2 - 2}{2 - 1} = 2$

Άρα $K = 2f(2) - 3f(-1) = 2 \cdot 2 - 3 \cdot (-7) = 4 + 21 = 25$

## ΘΕΜΑ 3ο

**α.**

$f\,'(x) = (x^3 - 3x + 2)' = (x^3)' - (3x)' + 2' = 3x^2 - 3$

**β.**

$f\,''(x) = (3x^2 - 3)' = (3x^2)' - 3' = 6x - 0 = 6x$

**γ.**

$f\,'(0) = 3 \cdot 0^2 - 3 = -3$ , $f\,''(1) = 6 \cdot 1 = 6$

Άρα $(\alpha - 1)f\,'(0) + 4f\,''(1) = 27 \iff (\alpha - 1)(-3) + 4 \cdot 6 = 27$

$-3\alpha + 3 + 24 = 27$

$-3\alpha = 0$

$\alpha = 0$

## ΘΕΜΑ 4ο

**α.**

Πρέπει να ισχύει $x > 0$ επομένως το πεδίο ορισμού της f είναι το $A = (0\,,\ +\infty)$

**β.**

$f\,'(x) = (\ln x - x - 1)' = (\ln x)' - (x)' - 1' = \dfrac{1}{x} - 1 - 0 = \dfrac{1 - x}{x}$

**γ.**

$f\,'(x) = 0 \iff \dfrac{1 - x}{x} = 0 \iff x = 1$

Πρόσημο της f ΄ και μονοτονία της f

| x | 0 | | 1 | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|
| f΄ | | + | 0 | − | |
| f | | $\nearrow$ | \| | $\searrow$ | |

Από τον πίνακα βλέπουμε ότι, η συνάρτηση f είναι γνησίως αύξουσα στο διάστημα $(0\,,\,1]$ και γνησίως φθίνουσα στο $[1,\ +\infty)$

**δ.**

Επειδή 2008 και $2009 \in [1,\ +\infty)$ στο οποίο η f είναι γνησίως φθίνουσα,

και $2008 < 2009$, θα είναι $f(2008) > f(2009) \iff$

$\ln 2008 - 2008 - 1 > \ln 2009 - 2009 - 1 \iff$

$\ln 2008 - 2009 > \ln 2009 - 2010$